

**«Не бойтесь формул! Учитесь
владеть этим инструментом
человеческого гения!**

**В формулах заключено величие и
могущество разума...»**

Марков А.А.

Тригонометрические формулы

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Тригонометрические формулы

$$1 + \frac{tg^2 \alpha}{\dots\dots\dots} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$1 + \frac{ctg^2 \alpha}{\dots\dots\dots} = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

Тригонометрические формулы

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$$

$$\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \operatorname{ctg} \alpha$$

Упростите:

$$a) \cos 4\alpha \cos 3\alpha + \sin 4\alpha \sin 3\alpha = \cos \alpha$$

$$б) \sin 2\alpha \cos 4\alpha + \cos 2\alpha \sin 4\alpha = \sin 6\alpha$$

Упростите:

$$в) \frac{\operatorname{tg} 4\alpha + \operatorname{tg} 3\alpha}{1 - \operatorname{tg} 4\alpha \operatorname{tg} 3\alpha} =$$
$$\operatorname{tg} 7\alpha$$

Вычислите:

$$a) \sin 44^{\circ} \cos 14^{\circ} - \cos 44^{\circ} \sin 14^{\circ} =$$

$$\sin 30^{\circ} = \frac{1}{2}$$

$$б) \cos 17^{\circ} \cos 13^{\circ} - \sin 17^{\circ} \sin 13^{\circ} =$$

$$\cos 30^{\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Вычислите:

$$в) \frac{\operatorname{tg} 67^{\circ} - \operatorname{tg} 22^{\circ}}{1 + \operatorname{tg} 67^{\circ} \operatorname{tg} 22^{\circ}} =$$

$$\operatorname{tg} 45^{\circ} = 1$$

Вычислите:

$$2) \sin \frac{2\pi}{5} \cos \frac{\pi}{15} - \cos \frac{2\pi}{5} \sin \frac{\pi}{15}$$

$$= \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Вычислите:

$$\text{д) } \frac{\operatorname{tg} \frac{7\pi}{8} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{8}}{1 - \operatorname{tg} \frac{7\pi}{8} \operatorname{tg} \frac{\pi}{8}} = \operatorname{tg} \pi = 0$$

Примените формулы двойного аргумента

$$\sin 16x =$$

$$2 \sin 8x \cos 8x$$

$$\cos 8x =$$

$$\cos^2 4x - \sin^2 4x$$

Примените формулы двойного аргумента

$$2\sin 7x \cos 7x = \sin 14x$$

$$\cos^2 3,5t - \sin^2 3,5t = \cos 7t$$

Примените формулы двойного аргумента

$$\sin \frac{x}{4} =$$

$$2 \sin \frac{x}{8} \cos \frac{x}{8}$$

Вычислите:

$$a) 2 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}$$

$$= \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

Вычислите:

$$б) \cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8}$$

$$= \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Вычислите:

$$в) \frac{2tg15^{\circ}}{1 - tg^2 15^{\circ}}$$

$$= tg30^{\circ} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Классификация уравнений по способам решений

1) $3\sin^2 x - \sin x \cos x - 2\cos^2 x = 0$

2) $\cos^2 x - 9\cos x + 8 = 0$

3) $\sqrt{3}\cos x + \sin x = 0$

4) $\cos^2 3x = \frac{1}{4}$

5) $2\cos^2 x + 3\sin x = 0$

6) $\sin x + \cos x = 0$

7) $2\cos 2x = \sqrt{3}$

8) $2\sin x \cos x - \sin^2 x = 0$

9) $2\sin x - 1 = 0$

10) $4\sin^2 x - 8\sin x \cos x + 10\cos^2 x = 3$

11) $3 + \operatorname{tg} x = 7$

12) $3\operatorname{tg}^2 x - \sqrt{3}\operatorname{tg} x = 0$

13) $\sin^2 x + 6\cos^2 x = 7\sin x \cos x$

14) $3 - \cos^2 x - 3\sin x = 0$

15) $\sin x + \sin 3x = \sin 5x - \sin x$

16) $3\sin x = 2\cos^2 x$

17) $\sin 5x \cos 3x = \sin 3x \cos 5x$

18) $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$

Ответы:

1. Простейшие тригонометрические уравнения.	7, 9, 11
2. Решения уравнений с помощью замены переменной	2
3. Решение уравнений разложением на множители	8, 12
4. Решение однородных уравнений I степени	3, 6
5. Решения однородных уравнений II степени	1, 10, 13
6. Решение уравнений с помощью основного тригонометрического тождества	5, 14, 16
7. Решение уравнений с помощью формул суммы и разности аргументов.	17

ПОЛУЧИМ НОВЫЕ ФОРМУЛЫ

«Формулы понижения
степени»

Формулы понижения степени:

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2};$$

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2};$$

Подумайте, какие возможности открываются перед нами с применением этих формул

$$\sin^2 \frac{\alpha}{2} =$$

$$\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2}$$

$$\cos^2 \frac{\alpha}{2} =$$

$$\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2}$$

**Итак, степень понижается за счет
удвоения аргумента:**

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}, \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}, \quad \cos^2 \frac{x}{4} = \frac{1 + \cos \frac{x}{2}}{2};$$

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}, \quad \sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}, \quad \sin^2 \frac{x}{4} = \frac{1 - \cos \frac{x}{2}}{2}.$$

Пример 1. Зная, что $\cos x = -\frac{12}{13}$, $x \in (\pi; \frac{3\pi}{2})$, вычислить $\cos \frac{x}{2}$.

Решение.

$$\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2};$$

$$\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \frac{12}{13}}{2};$$

$$\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1}{26};$$

$$\cos \frac{x}{2} = \pm \frac{1}{\sqrt{26}};$$

$$\pi < x < \frac{3\pi}{2}; \quad \Rightarrow \quad \frac{\pi}{2} < \frac{x}{2} < \frac{3\pi}{4};$$

$$\cos \frac{x}{2} = -\frac{1}{\sqrt{26}};$$

Ответ: $\cos \frac{x}{2} = -\frac{1}{\sqrt{26}}.$ 

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2};$$

Пример 2. Зная, что $\cos x = -\frac{12}{13}$, $x \in (\pi; \frac{3\pi}{2})$, вычислить $\sin \frac{x}{2}$.

Решение.

$$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2};$$

$$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \frac{12}{13}}{2} = \frac{25}{26};$$

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \frac{5}{\sqrt{26}};$$

$$\pi < x < \frac{3\pi}{2}; \quad \Rightarrow \quad \frac{\pi}{2} < \frac{x}{2} < \frac{3\pi}{4};$$

$$\sin \frac{x}{2} = \frac{5}{\sqrt{26}};$$

Ответ: $\sin \frac{x}{2} = \frac{5}{\sqrt{26}}.$ 

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2};$$

Пример 3. Зная, что $\cos x = -\frac{12}{13}$, $x \in (\pi; \frac{3\pi}{2})$, вычислить $\operatorname{tg} \frac{x}{2}$.

Решение.

$$\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2}} = \frac{5}{\sqrt{26}} : \left(-\frac{1}{\sqrt{26}}\right) = -5;$$

$$\cos \frac{x}{2} = -\frac{1}{\sqrt{26}}; \quad \sin \frac{x}{2} = \frac{5}{\sqrt{26}};$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x};$$

Ответ: $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = -5$.



Задание на дом:

П. 21. формулы, рассмотреть пример
7, 8;

№21.18(б), №21.25(г)

Профиль: найдите на сайтах по
подготовке к ЕГЭ, два задания
№13, решите их